

Nome:
Cartão:

Prova 2

Dicas gerais:

- Lê todas as questões antes de começar e pergunta em caso de dúvidas.
- Sempre justifique a sua resposta.
- Responde a cada questão, ainda que a resposta não esteja completa.

Questão 1 (Semântica denotational do laço while)

(0,5pt) Qual é a equação semântica que define a semântica denotational do laço while? Explique o significado dessa equação.

Questão 2 (Semântica axiomática: Média)

(2pt) Considere o seguinte programa P em IMP

```
while x<y do (  
  x:=x+1  
  y:=y-1  
)
```

com a especificação $\{x = x_0 \wedge y = y_0 \wedge x \leq y\}P\{(x = y \vee x = y + 1) \wedge x - x_0 = y - y_0\}$.

(a) Qual é uma invariante adequada para provar a corretude parcial (em relação a especificação)?

- true
- $x \leq y + 1 \wedge xy = x_0y_0$
- false
- $x \leq y + 1 \wedge x + y = x_0 + y_0$
- $x = y \vee x = y + 1$

(b) Prove a corretude parcial, usando o cálculo de Hoare com a invariante adequada do item (a).

(c) Qual é uma variante adequada para provar a corretude total (em relação a especificação)?

- x
- $x + y$
- $y - x$
- $y - x + 1$
- y

(d) Prove a corretude total, usando o cálculo de Hoare com a variante adequada do item (c).

Questão 3 (Semântica Denotational)

Considere o seguinte programa de IMP

```
while (n>0) do (  
  n:=2*n-3  
)
```

(a) (1,5pt) Calcule $F^1(\perp)$, $F^2(\perp)$ e $F^3(\perp)$ explicitamente.

(b) (1,5pt) Qual é o limite superior mínimo da cadeia

$$F^0(\perp) \sqsubseteq F^1(\perp) \sqsubseteq F^2(\perp) \sqsubseteq \dots \quad ?$$

(não é preciso provar)

Questão 4 (Execução inversa)

Suponha um comando `reverse c1 c2` que, dado dois comandos `c1` e `c2`, os execute na ordem `c2` e depois `c1`.

- (a) (1pt) Defina a semântica denotacional desse comando: qual é a equação semântica adequada?
- (b) (1pt) Usando as equações semânticas do item (a) e da seqüência, prove que

$$C[\text{reverse } c_1 \text{ (reverse } c_2 \text{ } c_3)] = C[c_3; c_2; c_1].$$

Questão 5 (Exponenciação descendente)

A exponenciação descendente é definida por $n^k = n(n-1) \cdots (n-k+1) = n!/(n-k)!$ para $n \geq k$.

- (a) (1,5pt) Dê uma implementação P em IMP de acordo com a especificação

$$\{n \geq k \geq 0\}P\{e = n^k\}.$$

Observe que essa especificação implica que os valores iniciais do n e k não são destruídos!

- (b) (1,5pt) Prove que a implementação do item (a) é parcialmente correta usando o cálculo de Hoare.