

Nome:  
Cartão:

## Prova 1

Dicas gerais:

- Leia todas as questões antes de começar e pergunte em caso de dúvidas.
- Sempre justifique a sua resposta.
- Responda a cada questão, ainda que a resposta não esteja completa.

### Questão 1 (Ordem e progresso, 20%)

O que significam as noções “segurança”, “progresso” e “preservação” num sistema de tipos? Descreva a definição das noções a importância deles.

### Questão 2 (Aplicação da semântica operacional, 20%)

Considere o seguinte programa de IMP:

```
let var y:=1 in
  let const x=3 in
    let proc p(x:int) = y:=x+1 in
      let var x:=5 in
        p(x)
```

- Mostre que o programa é bem tipado (mostre a derivação no sistema de tipos).
- Mostre uma avaliação na semântica operacional natural. Justifique cada derivação com o nome da regra!

### Questão 3 (Semântica da atribuição condicional, 30%)

Modifique a atribuição tal que o lado esquerda permite duas variáveis e uma condição que determina qual variável vai ser atribuído. Exemplo:

$$e? \ x_1, x_2 := 3$$

atribui 3 para  $x_1$  se  $e$  é verdadeiro, e 3 para  $x_2$  caso contrário.

- Extende a gramática com a sintaxe desse tipo de atribuição. Observe que um condicional que retorna uma variável em ambos casos é suficiente.
- Extende o sistema de tipos tal que nunca acontece uma atribuição para uma variável do tipo errado. Por exemplo

```
let var x:=3 in
  let var y:=true in
    y? x, y:= 3;
```

não é bem tipado.

- Extende a semântica operacional natural.

**Questão 4 (Preservação, 30%)**

Usando a semântica de IMP com uma categoria de expressões (booleanas e aritméticas) só, prove que a avaliação de uma expressão bem tipada resulta num valor do mesmo tipo. Formalmente, seja  $\gamma$  um ambiente de tipos, tal que  $\gamma \vdash \mathbf{e} : \tau$  e  $\gamma \vdash \sigma$ , prove que

$$\mathbf{e}, \sigma \Downarrow \mathbf{v}$$

com  $\mathbf{v} \in \mathbb{Z}$  se  $\tau = \text{int}$  e  $\mathbf{v} \in \mathbb{B}$  se  $\tau = \text{bool}$ .

Dica: Lembre que a notação  $\gamma \vdash \sigma$  significa que o estado  $\sigma$  é *compatível* com o ambiente de tipos  $\gamma$ :

- $\text{dom}(\sigma) = \text{dom}(\gamma)$
- $\forall l \in \text{dom}(\sigma): \sigma(l) \in \mathbb{Z}$  se  $\gamma(l) = \text{int}$  e  $\sigma(l) \in \mathbb{B}$  se  $\gamma(l) = \text{bool}$ .

**Questão 5 (Registros, 20%)**

Considere a seguinte extensão da linguagem de expressões da questão anterior com registros:

$$\begin{array}{l} e ::= \dots \\ \quad | \{x_1 = e_1, \dots, x_n = e_n\} \quad n \geq 0 \\ \quad | e.x \end{array}$$

Uma expressão da forma  $\{x_1 = e_1, \dots, x_n = e_n\}$   $n \geq 0$  é um registro com  $n$  campos. Cada campo consiste de um identificador de rótulo  $x_i$  associado com uma expressão  $e_i$ . Em uma expressão da forma  $e.x$ , a expressão  $e$  deve ser avaliada para um registro e o valor do campo de nome  $x$  é retornada.

A linguagem de tipos também é estendida com um tipo registro:

$$\begin{array}{l} T ::= \text{int} \\ \quad | \text{bool} \\ \quad | \{x_1 : T_1, \dots, x_n : T_n\} \quad n \geq 0 \end{array}$$

1. Defina as regras de tipos para expressões estendidas com registros e projeção de campo de registro
2. Defina as regras da semântica operacional natural (*big-step*) para essa extensão.