

Lista de exercícios 9

Exercício 1 (Domínios)

Quais das seguintes conjuntos ordenados são domínios? Prove ou mostre um contra-exemplo.

- (a) $(\mathbb{N}, |)$ da aula com a ordenação $n_1 | n_2$ (n_1 divide n_2).
- (b) $(C \cup \{\perp\}, \sqsubseteq)$ com qualquer conjunto C e $e_1 \sqsubseteq e_2 \leftrightarrow e_1 = \perp \vee e_1 = e_2$.

Exercício 2 (Funções contínuas)

Quais das seguintes funções são contínuas? Prove ou mostre um contra-exemplo.

- (a) $f : \mathbb{N}_\perp \rightarrow \mathbb{N}_\perp$ tal que

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \in \mathbb{N} \\ \perp & \text{se } x = \perp \end{cases}$$

sobre o domínio elementar das naturais $\mathbb{N}_\perp = \mathbb{N} \cup \{\perp\}$ com a ordenação $n_1 \sqsubseteq n_2 \leftrightarrow n_1 = \perp \vee n_1 = n_2$.

- (b) A função

$$f(C) = \begin{cases} C & \text{se } C \text{ é finito} \\ C \cup \{1\} & \text{se } C \text{ é infinito} \end{cases}$$

sobre o domínio $(2^{\mathbb{N}}, \subseteq)$ de todos os subconjuntos de \mathbb{N} com a ordenação comum \subseteq de conjuntos.

Exercício 3 (Extensões de IMP)

Defina uma semântica denotacional de IMP com os seguintes extensões.

- (a) A troca de variáveis $\mathbf{l}_1 := \mathbf{l}_2$ do exercício 6.
- (b) A atribuição dupla da primeira prova $\mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2 := \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$.