

Lista de exercícios programação dinâmica Entrega: 23/4/2012

Exercício 1

Forneça um algoritmo $O(nt)$ para a seguinte tarefa:

Entrada Uma lista de n inteiros positivos a_1, a_2, \dots, a_n e um inteiro positivo t .

Questão Existe algum subconjunto da lista com soma total t ? (Você pode usar cada a_i no máximo uma vez.)

Exercício 2

Lembra do exercício das jarras na primeira lista? Propõe um algoritmo usando programação dinâmica que calcula o menor número de testes necessários que garantidamente encontra o “highest safe rung” para n “rungs” e k “jars” em tempo no máximo quadrático em n e k .

Exercício 3

Considere o problema da mochila.

MOCHILA

Instância Um conjunto de n itens, cada item $i \in [n]$ com um valor v_i e um peso w_i , e um limite de peso da mochila W .

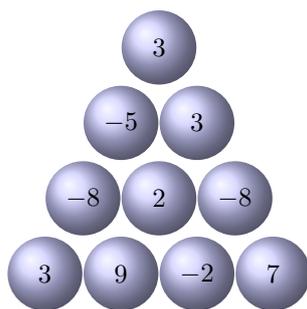
Solução Um subconjunto de itens $S \subseteq [n]$ que cabe na mochila, i.e. $\sum_{i \in S} w_i \leq W$.

Objetivo Maximizar o valor total $\sum_{i \in S} v_i$ dos itens selecionados.

Em aula discutimos um algoritmo com programação dinâmica que encontra a solução ótima em tempo $O(nW)$ usando programação dinâmica. Propõe um outro algoritmo, também usando a programação dinâmica, que consegue isso em tempo $O(nV)$, com $V = \sum_{i \in [n]} v_i$ o valor total dos itens.

Exercício 4

O programa de TV XYZ está propondo uma nova “game show”, em que um candidato tem que tomar algumas decisões para ganhar um prêmio. O jogo consiste numa pilha triangular de bolas, cada uma com um valor inteiro. Veja um exemplo:

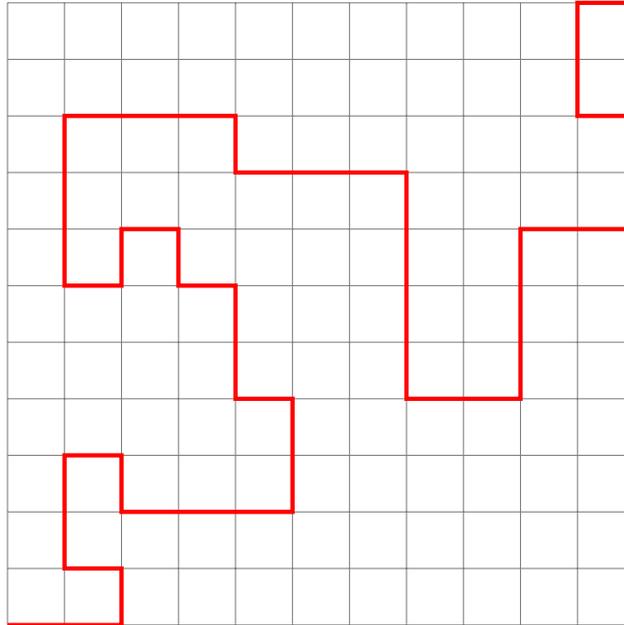


O candidato tem que escolher quais bolas ele quer levar, e o seu prêmio é a soma dos valores dessas bolas. Porém, caso ele leve uma bola, ele tem que levar também as bolas imediatamente acima dela. Isso pode forçá-lo a levar mais bolas ainda, de acordo com essa regra. Por exemplo, se ele decide levar a bola com valor 9, ele tem que levar as bolas com valores -8, 2, -5, 3, 3 acima dessa bola também. O candidato também pode decidir levar nenhuma bola. Neste caso o prêmio é 0.

Propõe um algoritmo eficiente usando programação dinâmica que determina o maior prêmio possível.

Exercício 5 (Quebra-cabeça, opcional)

É dado uma grade de tamanho 11×11 . Quantos caminhos sem repetir vértices do canto inferior esquerda para o canto superior direita existem? (Não é necessário visitar todos vértices.) Veja um exemplo de um caminho:



Lembrança:

- Para receber pontos as afirmações tem que ser provadas, em particular a corretude dos algoritmos propostos.
- Os exercícios podem ser resolvidos em colaboração com outros, mas a entrega é individual informando os eventuais colaboradores.
- A entrega é eletrônica, não escrito a mão, em formato PDF.
- Somente entregam respostas que vocês sabem explicar pessoalmente.