

## Lista de exercícios programação dinâmica Entrega: 23/4/2012

### Exercício 1

Forneça um algoritmo  $O(nt)$  para a seguinte tarefa:

**Entrada** Uma lista de  $n$  inteiros positivos  $a_1, a_2, \dots, a_n$  e um inteiro positivo  $t$ .

**Questão** Existe algum subconjunto da lista com soma total  $t$ ? (Você pode usar cada  $a_i$  no máximo uma vez.)

### Exercício 2

Lembra do exercício das jarras na primeira lista? Propõe um algoritmo usando programação dinâmica que calcula o menor número de testes necessários que garantidamente encontra o “highest safe rung” para  $n$  “rungs” e  $k$  “jars” em tempo no máximo quadrático em  $n$  e  $k$ .

### Exercício 3

Considere o problema da mochila.

#### MOCHILA

**Instância** Um conjunto de  $n$  itens, cada item  $i \in [n]$  com um valor  $v_i$  e um peso  $w_i$ , e um limite de peso da mochila  $W$ .

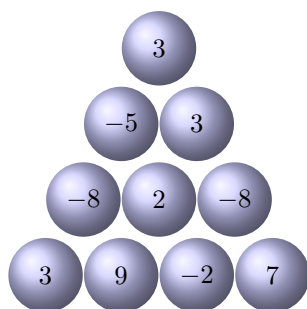
**Solução** Um subconjunto de itens  $S \subseteq [n]$  que cabe na mochila, i.e.  $\sum_{i \in S} w_i \leq W$ .

**Objetivo** Maximizar o valor total  $\sum_{i \in S} v_i$  dos itens selecionados.

Em aula discutimos um algoritmo com programação dinâmica que encontra a solução ótima em tempo  $O(nW)$  usando programação dinâmica. Propõe um outro algoritmo, também usando a programação dinâmica, que consegue isso em tempo  $O(nV)$ , com  $V = \sum_{i \in [n]} v_i$  o valor total dos itens.

### Exercício 4

O programa de TV XYZ está propondo uma nova “game show”, em que um candidato tem que tomar algumas decisões para ganhar um prêmio. O jogo consiste numa pilha triangular de bolas, cada uma com um valor inteiro. Veja um exemplo:

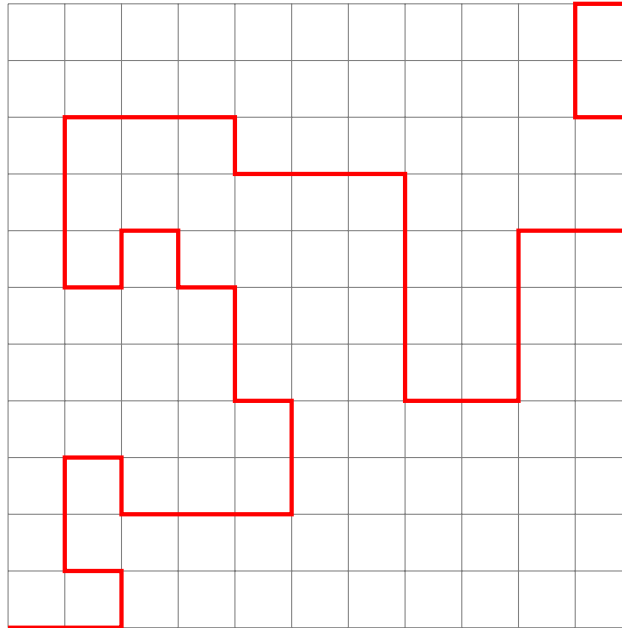


O candidato tem que escolher quais bolas ele quer levar, e o seu prêmio é a soma dos valores dessas bolas. Porém, caso ele leve uma bola, ele tem que levar também as bolas imediatamente acima dela. Isso pode forçá-lo a levar mais bolas ainda, de acordo com essa regra. Por exemplo, se ele decide levar a bola com valor 9, ele tem que levar as bolas com valores -8, 2, -5, 3, 3 acima dessa bola também. O candidato também pode decidir levar nenhuma bola. Neste caso o prêmio é 0.

Propõe um algoritmo eficiente usando programação dinâmica que determina o maior prêmio possível.

**Exercício 5 (Quebra-cabeça, opcional)**

É dado uma grade de tamanho  $11 \times 11$ . Quantos caminhos sem repetir vértices do canto inferior esquerda para o canto superior direita existem? (Não é necessário visitar todos vértices.) Veja um exemplo de um caminho:



**Lembrança:**

- Para receber pontos as afirmações tem que ser provadas, em particular a corretude dos algoritmos propostos.
- Os exercícios podem ser resolvidos em colaboração com outros, mas a entrega é individual informando os eventuais colaboradores.
- A entrega é eletrônica, não escrito a mão, em formato PDF.
- Somente entregam respostas que vocês sabem explicar pessoalmente.