

## Soluções 2

Ambiente de execução das soluções: um PC com processador AMD Ryzen 9 39000X com 12 cores de 3.8 GHz, 32 GB RAM, e Ubuntu Linux. Código: [aqui](#).

### Exercício 1 (Busca tabu para o LOP, 5pt)

- a) A busca tabu acabou sendo sensível aos elementos declarados tabu. Assim, escolhi, para um 1-shift da posição  $i$  para a posição  $j$ , declarar ambas as tarefas  $\pi_i$  e  $\pi_j$  tabu e, adicionalmente, se  $i + 2 = j$ , declarar também  $\pi_{i+1}$  tabu. Isso é para evitar desfazer pequenas inversões de tarefas. Além disso, porque a busca do tipo “first improvement” (FI) se mostrou melhor, a busca tabu usa a mesma estratégia; somente caso não vizinhos melhores, o melhor vizinho vai ser selecionado. Ainda o critério de parada é aumentado para  $10n$  iterações sem melhora. O número de replicações é 100 para FI e 10 para busca tabu.
- b) Durações tabu maiores se mostraram melhor, logo testei com

$$d \in D = \{\lceil n/2 \rceil, \lceil n/4 \rceil, \lceil n/8 \rceil, \lceil n/16 \rceil, \lceil n/32 \rceil\}.$$

Para manter o tempo de execução razoável usei instâncias com  $n = 300$ . Tabela 1 mostra os resultados. Podemos ver uma melhora em comparação com a busca FI (na última linha) em todos casos. Para valores melhores de  $d$  os desvios relativos diminuem, e  $d = 0.5$  tem os melhores resultados. A melhora da busca tabu em comparação com FI reflete nos custos: o tempo médio é aproximadamente 17 segundos, duas ordens de grandeza maior que a busca local simples. Por isso o tempo total para obter o melhor desvio relativo sobre todas 100 replicações na busca local FI é comparável com o tempo da busca tabu, e assim melhor que a busca tabu.

- c) A variante com duração tabu aleatória (na linha “Random”) em  $[1, 10]$  foi alterada para durações tabu em  $n[0.75, 1.25]/2$ , mas não consegue melhores resultados.

Tabela 1: Resultados para busca tabu. Numero médio de iterações  $\bar{t}$  e desvio padrão  $\sigma_t$ , número médio de iterações  $\bar{i}$  e desvio padrão  $\sigma_i$ , desvio relativo médio dos melhores valores conhecidos  $\bar{\Delta}$  e desvio padrão  $\sigma_\Delta$ , e melhor desvio relativo dos melhores valores conhecidos "r.d.", em %.

| $d$    | $\bar{t}$ | $\sigma_t$ | $\bar{i}$ | $\sigma_i$ | $\bar{\Delta}$ | $\sigma_\Delta$ | r.d. |
|--------|-----------|------------|-----------|------------|----------------|-----------------|------|
| 0.0312 | 17.1      | 1.1        | 5,561     | 256        | 1.86           | 0.29            | 1.42 |
| 0.0625 | 16.0      | 1.1        | 5,521     | 280        | 1.83           | 0.28            | 1.41 |
| 0.1250 | 15.2      | 2.5        | 5,820     | 626        | 1.80           | 0.28            | 1.39 |
| 0.2500 | 21.0      | 7.6        | 9,457     | 2,694      | 1.75           | 0.27            | 1.31 |
| 0.5000 | 15.3      | 5.3        | 17,950    | 5,679      | 1.48           | 0.26            | 1.07 |
| Random | 17.3      | 6.6        | 18,271    | 6,286      | 1.55           | 0.27            | 1.14 |
| FI     | 0.1       | 0.0        | 2,611     | 124        | 2.09           | 0.31            | 1.35 |

### Exercício 2 (Construção gulosa para o LOP, 5pt)

A primeira observação é que um inserção em uma permutação parcial  $\pi$  pode ser acelerado similar ao aceleração de busca local 1-shift. Ao inserir a tarefa  $t$  na permutação  $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_k)$  obtemos permutações  $(\pi_1, \dots, \pi_i, t, \pi_{i+1}, \dots, \pi_k)$  para  $i \in [0, k]$ . Isso aumenta o valor por

$$\Delta(i) = \sum_{l \in [i]} m_{\pi_l, t} + \sum_{l \in [i+1, k]} m_{t, \pi_l}$$

Ainda podemos observar que  $\Delta(i+1) - \Delta(i) = m_{\pi_{i+1}, t} - m_{t, \pi_{i+1}}$  então todos valores  $\Delta(i)$  podem ser encontrados em tempo  $O(k)$ .

Como na questão anterior, os experimentos foram feitos com as 50 instâncias com  $n = 300$ . Testei todos valores  $\alpha = \{0.0, 0.1, \dots, 0.9, 1.0\}$  com 100 replicações (aqui iterações do GRASP). A tabela 2 resume os resultados.

- O algoritmo guloso simples corresponde com  $\alpha = 0$  e coluna  $\bar{\delta}$  na tabela. Podemos ver que a construção é aprox. 5% maior que os melhores valores conhecidos.
- Variando  $\alpha$ , podemos ver na coluna  $\bar{\delta}$  que o valores melhoram para 4.92% com  $\alpha = 0.1$  e depois pioram. O valor  $\alpha = 0.3$  tem um desvio relativo comparável com  $\alpha = 0.0$ , valores maiores, i.e. uma maior aleatoriedade, produz resultados piores. Figura 1 mostra os histogramas. Eles mostram claramente um desvio relativo crescente com  $\alpha$  mas também um aumento da variância, que é melhor para um GRASP.
- O resultado do GRASP corresponde com a coluna  $\bar{\Delta}$  na tabela. Podemos ver que a busca local consegue melhorar por aprox. 4%, em aprox. 6% (o tempo da construção é negligível). Todos resultados são melhores que a busca FI, e busca

Tabela 2: Resultados para GRASP. Tempo  $\bar{t}$ , número iterações  $\bar{i}$ , desvio relativo dos melhores valores conhecidos  $\bar{\Delta}$ , e desvio relativo dos melhores valores conhecidos para construção  $\bar{\delta}$ , em %.

| $\alpha$ | $\bar{t}$ | $\bar{i}$ | $\bar{\Delta}$ | $\bar{\delta}$ |
|----------|-----------|-----------|----------------|----------------|
| 0.0      | 6.63      | 100       | 1.66           | 5.11           |
| 0.1      | 6.71      | 100       | 1.60           | 4.92           |
| 0.2      | 6.77      | 100       | 1.51           | 4.99           |
| 0.3      | 6.77      | 100       | 1.55           | 5.13           |
| 0.4      | 6.82      | 100       | 1.48           | 5.15           |
| 0.5      | 6.86      | 100       | 1.50           | 5.33           |
| 0.6      | 6.88      | 100       | 1.49           | 5.43           |
| 0.7      | 6.90      | 100       | 1.49           | 5.56           |
| 0.8      | 6.95      | 100       | 1.50           | 5.69           |
| 0.9      | 6.97      | 100       | 1.45           | 5.78           |
| 1.0      | 6.97      | 100       | 1.49           | 5.96           |

tabus com  $d \leq 0.25$ . A melhor variante do GRASP com  $\alpha = 0.9$  produz um valor médio de 1.45%, o melhor resultado. Porém o melhor valor de 100 busca FI ainda é melhor, mas em aprox. o dobro do tempo.

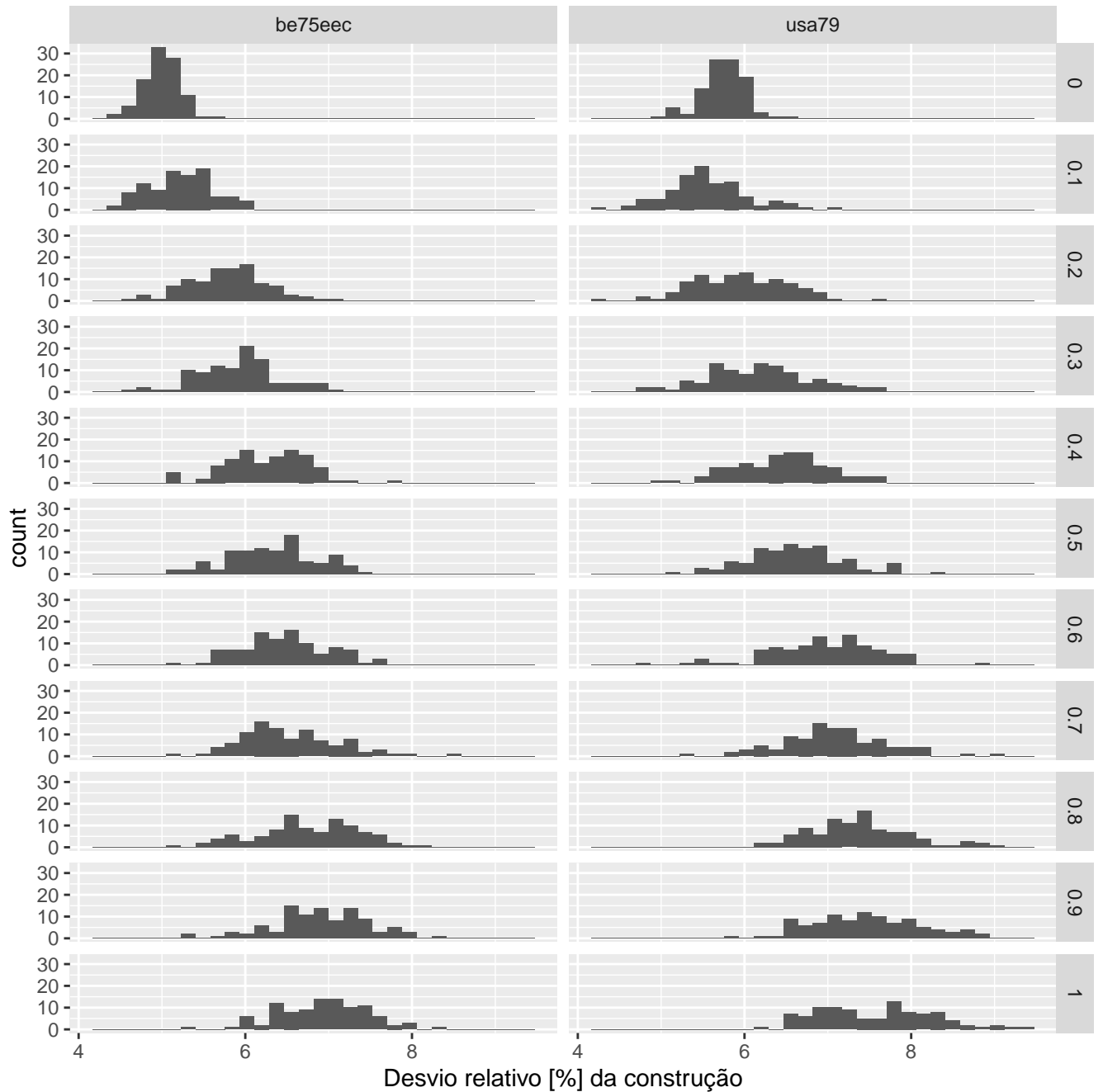


Figura 1: Histogramas para duas instâncias selecionadas.