

## Prova Técnicas de busca heurística

### Questão 1 (Busca local, tempera simulada, busca tabu, 4pt)

Considere um LOP com matriz

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 5 & 9 & 2 \\ 4 & 9 & 6 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

que corresponde com a solução atual  $\pi = (1\ 2\ 3\ 4)$ .

- Qual o valor da solução atual?
- Considere uma vizinhança trocando elementos (i.e. linhas/colunas) adjacentes (ciclicamente, considerando o último e primeiro elemento como adjacente). A solução atual está num mínimo local dessa vizinhança? Caso não, qual seria o mínimo local de uma busca local do tipo primeira melhora (em alguma ordem) iniciando nessa solução?
- Para o mínimo local do item b): qual seria a temperatura necessária tal que existe pelo menos um vizinho que uma busca usando tempera simulada aceitaria com probabilidade de pelo menos  $1/2$ ?
- Para o mínimo local do item b): assume que o elemento 1 está tabu (i.e. não pode participar em trocas). Quantos vizinhos não-tabu ainda tem, e qual deles seria selecionado?

### Questão 2 (Testes estatísticos, 4pt)

Dois algoritmos determinísticos exatos foram executados em 20 instâncias aleatórias. Os tempos de execução (em segundos, arredondado) foram os seguintes:

Algoritmo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
1		1097	20	403	1097	2981	403	7	2981	148	55	1097	1097	403	7	1097	2981	2981	1097	2981	403
2		1097	7	1097	403	7	1097	1097	20	55	403	2981	148	403	7	55	2981	148	7	403	20

- O que seria um teste estatístico adequado para testar as hipóteses
  - “O segundo algoritmo precisa um tempo diferente (mais ou menos tempo) que o primeiro”?
  - “O segundo algoritmo precisa menos tempo que o primeiro”?

Justifique a seleção do teste.

- Aplica os testes selecionados. Qual o  $p$ -value resultante? Qual a conclusão dado um nível de significância de  $\alpha = 0.05$ ?

### Questão 3 (Paisagem de uma instância MAX-SAT, 4pt)

Considera a instância

$$(x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4) \wedge (x_1 \vee x_3 \vee x_4) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_4) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \\ \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4) \wedge (x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_4)$$

do problema MAX-SAT. Para uma vizinhança 1-flip, qual o número de soluções isoladas, máximos locais (simples e estritos), plateaus, mínimos locais (simples e estritos), declives, e patamares? Qual a probabilidade a priori de uma solução aleatória ser um máximo local (estrito ou não)? A correlação entre qualidade e distância (Hamming) para a solução ótima mais perto é positiva ou negativa?

**Números aleatórios** Caso for necessário, use a sequência

$c_1, c_2, c_3, 92, 65, 35, 89, 79, 32, 38, 46, 26, 43, 38, 32, 79, 50, 28, 84, 19, 71, 69, 39, 93, 75,$   
 $10, 58, 20, 97, 49, 44, 59, 23, 07, 81, 64, 06, 28, 62$

para gerar números aleatórios, onde  $c_1, c_2,$  e  $c_3$  são os dígitos 1 e 2, 3 e 4, 5 e 6 do cartão, respectivamente.

- Para gerar um número aleatório real em  $[0, 1]$  divide o número por 100. Exemplo (4o número): 0.92.
- Para gerar um número aleatório inteiro em  $[0, n[$  para  $n < 100$  calcula o módulo por  $n$ : Exemplo (4o número): com  $n = 3$  obtemos 2.

**Noções da estatística** A covariância de duas variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  é

$$\text{cov}(X, Y) = E[(X - E[X])E[Y - E[Y]]] = E[XY] - E[X]E[Y].$$

A variância de uma variável aleatória  $X$  é a covariância com si mesmo

$$\sigma(X) = \text{cov}(X, X) = E[X^2] - E[X]^2$$

e o seu *desvio padrão* é  $\sigma(X) = \sqrt{\text{cov}(X)}$ . A *correlação* entre duas variáveis aleatórias é a covariância normalizada

$$\rho(X, Y) = \text{cov}(X, Y) / (\sigma(X)\sigma(Y)).$$

**A distribuição binomial** A tabela da distribuição binomial  $B(k; n, p)$  para  $n = 20, p = 0.5$  é

$k$	$P[X = k]$	$P[X \leq k]$
0	0.0000	0.0000
1	0.0000	0.0000
2	0.0002	0.0002
3	0.0011	0.0013
4	0.0046	0.0059
5	0.0148	0.0207
6	0.0370	0.0577
7	0.0739	0.1316
8	0.1201	0.2517
9	0.1602	0.4119
10	0.1762	0.5881
11	0.1602	0.7483
12	0.1201	0.8684
13	0.0739	0.9423
14	0.0370	0.9793
15	0.0148	0.9941
16	0.0046	0.9987
17	0.0011	0.9998
18	0.0002	1.0000
19	0.0000	1.0000
20	0.0000	1.0000